

Domáca úloha č.7

Derivácia funkcie danej implicitne

Zistite, či danou rovnicou $F(x, y) = 0$ a bodom $X = [x_0, y_0]$ je implicitne daná¹ funkcia $y = y(x)$. Ak áno, potom nájdite jej prvú² a druhú deriváciu³.

1. $F(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3 = 0, \quad X = [1, 1]$

2. $F(x, y) = 1 - \ln(xy) - xy = 0, \quad X = [2, \frac{1}{2}]$

3. $F(x, y) = e^{x+y} + y - x = 0, \quad X = [\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

4. $F(x, y) = x^2y + e^x - e^{-y} = 0, \quad X = [0, 0]$

5. $F(x, y) = y - x - 4 \sin y = 0, \quad X = [0, 0]$

6. $F(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 2 = 0, \quad X = [1, 1]$

7. $F(x, y) = x - \ln y - y^2 = 0, \quad X = [1, 1]$

¹Zistíte to tak, že bod X dosadíte do funkcie a overíte či platí rovnosť $F(X) = 0$.

²Prvá derivácia implicitne danej funkcie sa vypočíta zo vzťahu: $y' = -\frac{F'_x}{F'_y}$.

³Druhá derivácia implicitne danej funkcie sa vypočíta zo vzťahu:

$$y'' = \frac{-F''_{xx} F'^2_y + 2F''_{xy} F'_x F'_y - F''_{yy} F'^2_x}{F'^3_y}.$$